

Barem de evaluare și de notare
Se punctează oricare altă modalitate de rezolvare corectă a problemei

Problema teoretică nr. 1 – Mașina lui Fred și Barney

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1 - Energia cinetică a mașinii	Punctaj
1.a.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia densității materialului roții (presupusă de lungime L) $\rho = \frac{m}{4a^2 \cdot L}$ 0,20p <div style="text-align: center;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia momentului de inerție al unei prisme elementare cu laturile (L, dx, dy), față de axul propriu al „roții” $dJ = \rho \iint r^2 \cdot L \cdot dx \cdot dy$ 0,30p ▪ expresia momentului de inerție al roții $J = \frac{2a^2 \cdot m}{3}$ 0,50p 	1,00p
1.b.i.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia vitezei unghiulare instantanee în punctul de plecare, unde raza instantanee de rotație este a 0,20p $\omega_T = \frac{v_0}{a}$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia energiei cinetice totale a mașinii, la orice moment de timp 0,40p $T = T_t + T_r = \frac{M + 2m}{2} v^2 + \frac{2a^2 \cdot m}{3} \cdot \omega^2$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia energiei cinetice totale a mașini, la momentul inițial 0,40p $T_0 = v_0^2 \cdot \frac{3M + 10m}{6}$	1,00p
1.b.ii.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia vitezei de translație în vale $v_v = \omega_v \cdot a\sqrt{2}$ 0,20p 	1,00p

	<p>expresia energiei cinetice totale a mașini în punctul „din vale”</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $T_v = \omega_v^2 \cdot a^2 \cdot \frac{3M+8m}{3}$ <p>condiția de conservare a energiei cinetice</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\left(\frac{3M+8 \cdot m}{3}\right) \cdot \omega_v^2 \cdot a^2 = v_0^2 \cdot \left(\frac{3M+10m}{6}\right)$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\omega_v = \frac{v_0}{a} \cdot \sqrt{\frac{3M+10m}{6M+16m}}$ 	0,20p	
		0,40p	
		0,20p	
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 2 – Forma drumului		Punctaj
2.a.	<p>Pentru:</p> <p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p><i>Dacă forța de greutate ar avea un moment față de punctul de contact, s-ar produce un transfer de energie potențială gravitațională către energie cinetică sau invers - ceea ce ar contrazice ipoteza constanței energiei potențiale.</i></p>	0,50p	0,50p
2.b.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\operatorname{tg} \alpha = -y'(x)$ <p>condiția de coliniaritate pe verticală a punctelor G' și T'</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $y + a \cdot \sqrt{1+y'^2} = a\sqrt{2}$ $\frac{dy}{\sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{y}{a}\right)^2 - 1}} = \pm dx$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\frac{e^{\pm \frac{2x}{a}} + e^{\mp \frac{2x}{a}}}{2} = \sqrt{2} - \frac{y}{a}$ 	0,20p	0,50p
		0,50p	0,50p

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $y = a(\sqrt{2} - ch(x/a))$ 	0,30p	
2.c.	<p>Pentru:</p> <p>expresia punctelor extreme ale reliefului elementar, pentru $y = 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} x_s = -a \cdot \ln(\sqrt{2} + 1) \\ x_d = a \cdot \ln(\sqrt{2} + 1) \end{cases}$ <p>expresia lungimii pe orizontală a unui relief elementar</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $2d = x_d - x_s = 2a \cdot \ln(\sqrt{2} + 1)$ 	0,30p	0,50p
2.d.	<p>Pentru:</p> <p>$2a \cdot \ln(\sqrt{2} + 1) \cong 1,76a < 2\sqrt{2}a$</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Observație: cele două roți nu s-ar putea roti dacă s-ar afla pe două elemente de drum succesive</i> ▪ expresia distanței minime dintre axe $d_{min} = 4a \cdot \ln(\sqrt{2} + 1)$ 	0,20p	0,50p
2.e.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} y'(x_d) = -1 \\ y'(x_s) = 1 \end{cases}$ ▪ Răspuns corect <p><i>Exemplu de răspuns: Unghiul dintre tangentele la relief pentru două „dealuri” succesive este de $\frac{\pi}{2}$. Acest unghi asigură „potrivirea” exactă a pătratului în valea dintre două reliefuli elementare și trecerea de pe unul pe celălalt, dar nu permite folosirea de roți cu secțiunea hexagonală – oricare ar fi dimensiunea acestora pentru că, în secțiune, unghiul dintre laturile prisme hexagonale este $\frac{2\pi}{3}$.</i></p>	0,20p	0,50p
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 3 – Accident		Punctaj
3.a.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ viteza de deplasare a centrului de greutate $v_{G'} = \frac{d}{dt}(GG') = \frac{dx}{dt}$ ▪ expresia vitezei unghiulare a roții $\omega = -\frac{1}{a \cdot ch(x/a)} \cdot \frac{dx}{dt}$ ▪ expresia energiei cinetice $T = v_{G'}^2 \cdot \left(\frac{(M + 2m)}{2} + \frac{2}{3}m \cdot \frac{1}{ch^2(x/a)} \right)$ 	0,20p	2,00p

	<p>expresia energiei cinetice la momentul inițial ($x = 0$, $v_{G'}(0) = v_0$ și</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $ch(x/a) = 1) \quad T_0 = v_0^2 \cdot \left(\frac{M}{2} + \frac{5m}{3}\right)$ 0,20p <p style="text-align: center;"> $v_{G'} = \frac{v_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{2} + \frac{5m}{3}\right)}}{\sqrt{\frac{(M+2m)}{2} + \frac{2}{3}m \cdot \frac{1}{ch^2(x/a)}}}$ </p> <p>expresiile valorilor extreme ale vitezei:</p> <ul style="list-style-type: none"> - viteza inițială v_0 ▪ - viteza „în vale” $v_{G'}(d) = \frac{v_0 \cdot \sqrt{3M+10m}}{\sqrt{3M+8m}} > v_0$ 0,40p 	
3.b.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ răspuns corect 0,50p <p><i>Exemplu de răspuns: Cantitatea de căldură apărută NU depinde de poziția punctului de ciocnire, deoarece în proces toată energia cinetică (constantă) a automobilului se transformă în căldură.</i></p>	0,50p
3.c.	<p>Pentru:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ expresia cantității de căldură degajată $Q = v_0^2 \cdot \left(\frac{3M+10m}{6}\right)$ 0,50p 	0,50p
<i>Punctaj total - Problema teoretică nr. 1</i>		10p

© Barem de evaluare și de notare propus de:

Prof. Dr. Delia DAVIDESCU

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI