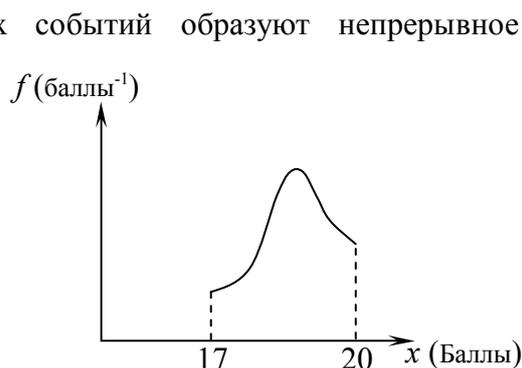
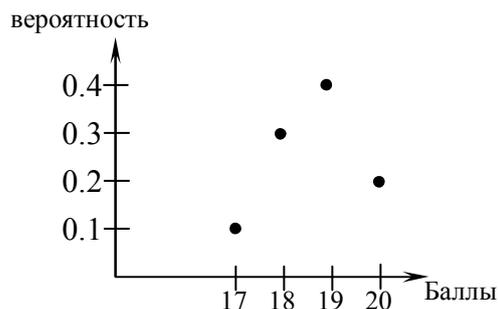


### ЗАДАЧА №. 1

Целью данной экспериментальной работы являются числовые оценки распределения Максвелла-Больцмана. Конкретно, мы хотим определить долю атомов гелия ( $\mu = 4$  г/моль) при комнатной температуре ( $T = 300$  К), имеющих скорости в пределах  $\pm 11\%$  от их наиболее вероятной скорости.

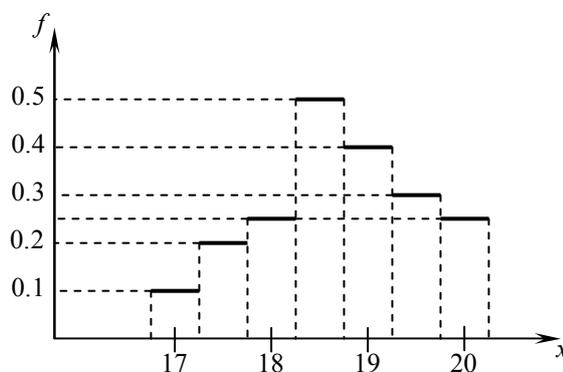
Для этого вам необходимо использовать монету.

*Функция распределения* – это плотность вероятности в пространстве определённых ожидаемых событий. Если результаты ожидаемых событий, формирующих пространство, дискретны, то вам не нужно использовать функцию распределения, а только вероятности, связанные с данными событиями (это абсолютно эквивалентно понятию точечных масс в физическом пространстве). Например, мы были бы счастливы, если бы вы за эту задачу получили баллы, приведённые на рисунке. Напротив, если результаты ожидаемых событий образуют непрерывное пространство, вы должны определить плотность вероятности получения результатов вблизи определённой ожидаемой величины. Например, если предположить, что ваши баллы за эту задачу могут принимать любые значения в диапазоне  $[0, 20]$ , в случае успеха функция распределения будет выглядеть так, как показано на рисунке.



Обратите внимание на то, что вероятности и функция распределения на зависят от числа участников; они вычислены в предположении бесконечного числа участников.

В дальнейшем мы попытаемся сопоставить вероятности и функцию распределения, переходя к аппроксимации ступенчатой функцией. Например, если принять шаг по баллам равным 0,5, то функция распределения в нашем примере будет выглядеть как на рисунке.



Обратите внимание на два аспекта.

- 1) В случае аппроксимации можно получить и ненулевые вероятности даже вблизи не ожидаемых результатов, как например, 20,12.
- 2) Суммируя вероятности вблизи определённого балла и добавляя верхнее и нижнее значения с коэффициентом 0,5 вы получаете точный результат из первого графика.

**A.** Рассмотрим функцию распределения для проекции  $v_x$  скоростей атомов гелия на ось  $x$ , (это верно также для  $v_y$  и  $v_z$ ). По физическим соображениям будем использовать известное нормальное распределение Гаусса (кривая имеет форму колокола). Плотность вероятности  $f$  пропорциональна  $\exp(-\mu v_x^2/2RT)$ .

**a.** Приведите коэффициент пропорциональности в системе СИ.

**b.** Естественно предположить, что если значение функции распределения становится меньше 1% от максимального значения, то мы практически достигли максимально возможного значения скорости  $v_x$ . Оцените значение  $v_{x \max}$ .

(Для простоты считайте, что  $\ln 10 = 2,5$  и  $8,31 \times 3 = 25$ ).

Теперь введём физическую модель, которая генерирует распределение Гаусса. Рассмотрим многочисленные соударения между атомами гелия. В проекции на ось  $x$  результатом этих соударений будут небольшие изменения соответствующей компоненты импульсов атомов. Наиболее вероятно, что два таких изменения будут происходить в противоположных направлениях, так, что скорость не сильно изменится. Тем не менее, допустимо, что определённое количество таких последовательных изменений будет происходить в одном и том же направлении. Этот механизм будет приводить к нормальному распределению.

Можно смоделировать этот механизм последовательными бросаниями монеты. Для этого рассмотрим целые числа от  $-5$  до  $+5$ , расположенные на оси  $x$ . Как вы сейчас увидите, диапазон чисел от  $0$  до  $5$  аналогичен диапазону скоростей от  $0$  до  $v_{x \max}$ .

Для того чтобы получить один из 11 результатов, нужно произвести 10 бросаний, разделив их на 5 последовательных пар. Если пара состоит из двух орлов, вы должны добавить  $+1$ . Если пара состоит из двух решек, вы должны добавить  $-1$ . Если пара состоит из орла и решки, вы ничего не добавляете. Для достижения приемлемой точности, выполните не менее 100 последовательных серий бросаний (100 по 10 бросаний).

**c.** Постройте график, который показывает вероятности, которые вы получили для 11 событий.

**d.** Как вы можете видеть, если ваши результаты точны, вероятность получения результата от  $0$  до  $5$  очень похожа на вероятность получения результата от  $0$  до  $v_{x \max}$ . Постройте график соответствующей одиннадцатиступенчатой функции распределения.

**e.** Какова доля  $\eta$  атомов гелия, компонента скорости которых в данном направлении не превышает 5% от максимальной скорости в данном направлении?

**f.** Какова доля  $\eta$  атомов гелия, имеющих значения всех трёх компонент скорости не превышающих 5% от максимально возможного значения скорости?

**B.** Теперь перейдём к функции распределения Максвелла-Больцмаеа, которая описывает распределение плотности вероятности для скоростей атомов. Она пропорциональна  $v^2 \times \exp(-\mu v^2/2RT)$ .

**g.** Чему равно наиболее вероятное значение скорости атомов гелия? (Считайте, что  $\sqrt{5} \approx 2,25$ ). Укажите интервал скоростей атомов гелия, чья скорость находится в пределах  $\pm 11\%$  от их наиболее вероятной скорости?

Как вы можете видеть, ширина найденного интервала практически равна половине ширины ступени ступенчатой функции, аппроксимирующей распределение Гаусса в разделе **A**. Другими словами, если мы представим себе

пространство скоростей с осями  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$ , то мы можем определить долю атомов гелия, чьи скорости лежат внутри сферического слоя со средним радиусом, равным наиболее вероятной скорости и толщиной, равной половине ширины ступени ступенчатой функции, аппроксимирующей нормальное распределение.

Следовательно, для любой из трёх компонент скорости атома мы будем использовать ступенчатую функцию, описанную в разделе А, начинающуюся на половине ступени около нулевого значения и изменяющуюся влево и вправо на полступени. Для начала мы ограничимся первым октантом сферического слоя, в котором все компоненты скорости положительны. Нам интересно найти возможные комбинации значений компонент скоростей  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$ , для которых значение  $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  лежит внутри слоя. Назовём такую комбинацию *триплетом*.

**h.** Чему равна вероятность  $P$  триплета  $(0,0,0)$ ?

Для того чтобы найти нужные триплеты вам следует нарисовать двумерную таблицу. Пусть строки таблицы соответствуют значениям  $v_x$ , начинающимся от 0 и совершающим прыжки на пол ступени функции из раздела А. Столбцы таблицы пусть соответствуют тем же значениям скорости, но  $v_y$ . На пересечении каждой строки и столбца вы должны написать все значения  $v_z$  удовлетворяющие упомянутому выше условию.

**i.** Приведите список всех *неодинаковых триплетов*, которые вы нашли. Под «неодинаковыми» следует понимать то, что при вычислении вероятности триплета несущественен порядок компонент скорости  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$ , то есть не следует принимать во внимание перестановки этих значений (и даже не учитывать их знаки).

Теперь осталось только определить, сколько раз встречается определённый триплет не только в первом октанте сферического слоя, но и во всём пространстве компонент скорости. При вычислении повторяемости триплета, пожалуйста, будьте внимательны, так как существуют триплеты, которые лежат точно на одной из осей  $v_x$ ,  $v_y$  или  $v_z$ , а также существуют другие триплеты, которые лежат точно в плоскостях двух из этих осей. Поэтому в списке вам следует добавить ещё два столбца, в которые следует записать полное число повторяемости и вероятности для каждого триплета. (При вычислении вероятности для каждого триплета ограничивайтесь пятью десятичными знаками).

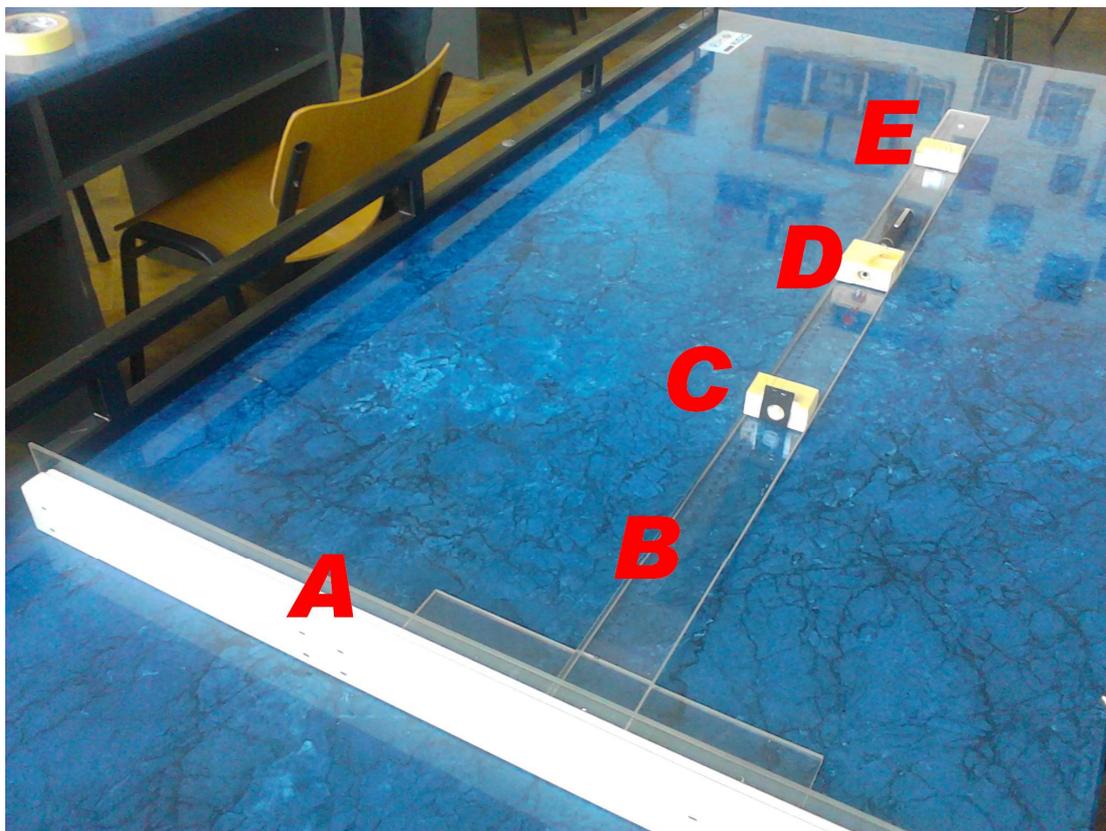
**j.** Для комнатной температуры ( $T = 300$  К) определите долю  $\eta$  атомов гелия ( $\mu = 4$  г/моль), со скоростями в пределах  $\pm 11\%$  от их наиболее вероятной скорости.

## ЗАДАЧА №. 2

Целями данной экспериментальной задачи являются:

- определение периода (шага) дифракционной решётки;
- определение длины волны зелёного света лазерной указки;
- определение характеристик «странных зеркал», изготовленных из пластиковой плёнки с отражающим слоем, преобразующим падающий луч в несколько отражённых лучей.

### Экспериментальная установка



На столе вы найдёте:

- экран с линейкой (A) для наблюдения светящихся точек;
- T-образная линейка (B), служащая оптической скамьей;
- две лазерные указки, излучающие красный и зелёный свет (длина волны излучаемого красного света равна 650 нм);
- деревянный держатель для дифракционной решётки (C);
- деревянный держатель для установки лазерной указки (D);
- деревянный держатель на котором закреплены два «странных зеркала» (E), помеченные цифрами 1 и 2.

### ВНИМАНИЕ

Будьте осторожны! Не направляйте луч лазерной указки себе в глаз или на кого-либо!! Не прикасайтесь руками к излучающему концу лазерной указки, к поверхностям дифракционной решётки и «странных зеркал», так как своими действиями вы можете привести их в негодность.

Вы будете наблюдать положение различных светящихся точек на экране с линейкой, и измерять их координаты с точностью не хуже 1 мм. Когда вы вставите лазерную указку в держатель D, кнопка выключателя окажется нажатой и указка будет излучать свет.

### Задание 1

Установите дифракционную решётку на расстоянии  $d_1 = 30$  см от экрана и осветите её указкой с красным светом.

**1.a.** Получите как минимум 5 светящиеся точки на экране с линейкой и запишите их координаты.

**1.b.** Определите период дифракционной решётки и укажите величину погрешности измерений.

**1.c.** Установите расстояние от решётки до экрана  $d_2 = 90$  см и получите как минимум 3 светящиеся точки на экране с линейкой и запишите их координаты.

**1.d.** Определите период дифракционной решётки, используя полученные значения координат, и укажите величину погрешности измерений.

### Задание 2

Установите дифракционную решётку на расстоянии  $d_1 = 30$  см от экрана и осветите её указкой с зелёным светом.

**2.a.** Получите как минимум 5 светящиеся точки на экране с линейкой и запишите их координаты.

**2.b.** Определите длину волны зелёного света и укажите величину погрешности измерений.

**2.c.** Установите расстояние от решётки до экрана  $d_2 = 90$  см и получите как минимум 3 светящиеся точки на экране с линейкой и запишите их координаты.

**2.d.** Определите длину волны зелёного света, используя полученные значения координат, и укажите величину погрешности измерений.

### Задание 3

Установите лазерную указку с зелёным светом так, чтобы свет попадал на экран после отражения от «странного зеркала» № 1.

**3.a.** Добейтесь того, чтобы можно было наблюдать как минимум две светящиеся точки на экране, и запишите их координаты. Проведите измерения как минимум для трёх значений расстояния между зеркалом и экраном в диапазоне 25-40 см.

**3.b.** Схематично изобразите вашу установку.

**3.c.** Используя полученные результаты, определите характеристику «странного зеркала» № 1, благодаря которой один луч преобразуется в несколько отражённых лучей.

Установите лазерную указку с зелёным светом так, чтобы свет попадал на экран после отражения от «странного зеркала» № 2.

**3.d.** Добейтесь того, чтобы можно было наблюдать как минимум две светящиеся точки на экране, и запишите их координаты. Проведите измерения как минимум для трёх значений расстояния между зеркалом и экраном в диапазоне 25-40 см.

3.e. Используя полученные результаты, определите характеристику «странного зеркала» № 2, благодаря которой один луч преобразуется в несколько отражённых лучей.

**Авторы:**

Dr. Delia Davidescu – National Center for Assessment and Examination, Ministry of Education, Research, Youth and Sports

Prof. Dr. Adrian Dafinei – Faculty of Physics, Bucharest University

Код участника

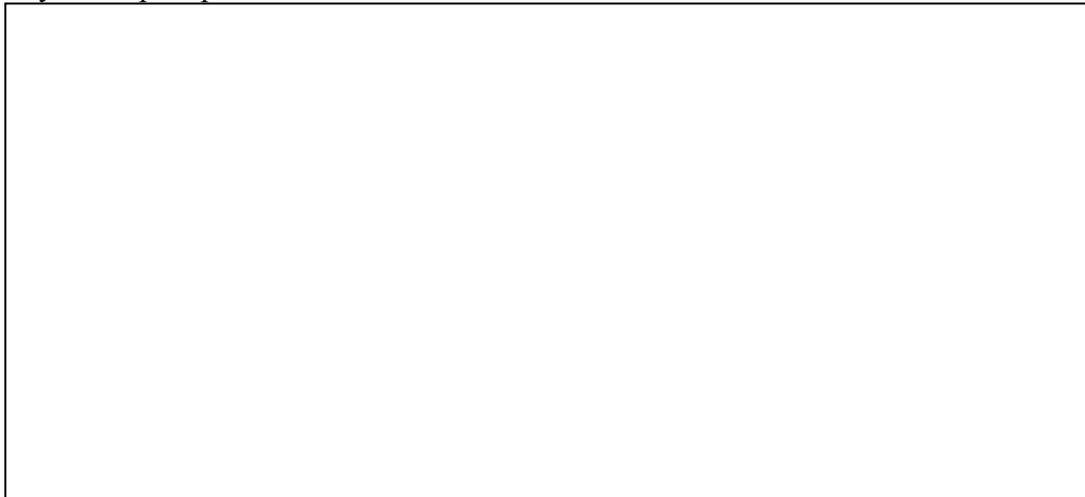
## ЛИСТ ОТВЕТОВ ЗАДАЧИ No. 1

**a.**

$$[f]_{SI} =$$

**b.**

$$v_{x \max} =$$

**c.** Постройте график вероятности событий от -5 до +5.**d.** Постройте 11-ступенчатую функцию, которая аппроксимирует нормальное Гауссово распределение.

Код участника

e.

$$\eta =$$

f.

$$\eta =$$

g.

$$v_p =$$

h.

$$P(0,0,0) =$$

i. Приведите список всех возможных комбинаций  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  (без перестановок и отрицательных значений), которые приводят к значениям скорости, лежащим внутри нашего диапазона. Затем добавьте число повторений и вероятность каждого триплета.

j.

$$\eta =$$

Код участника

**ЛИСТ ОТВЕТОВ К ЗАДАЧЕ №. 2**

Задание 1

а.1. Координаты как минимум пяти точек для  $d_1 = 30$  см.

а.2. Значение периода дифракционной решётки и погрешность его измерения.

а.3. Координаты как минимум трёх точек для  $d_2 = 90$  см.

Код участника

а.4. Значение периода дифракционной решётки и погрешность его измерения.

Задание 2

а.1. Координаты как минимум пяти точек для  $d_1 = 30$  см.

а.2. Значение длины волны зелёного света и погрешность её измерения.

Код участника

а.3. Координаты как минимум трёх точек для  $d_2 = 90$  см.

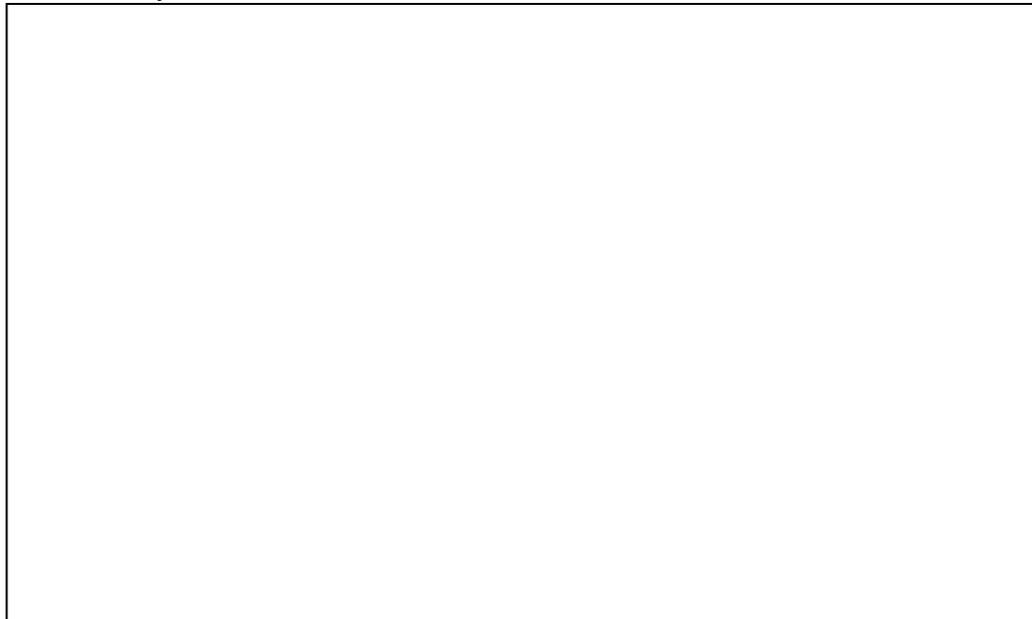
а.4. Значение длины волны зелёного света и погрешность её измерения.

Задание 3

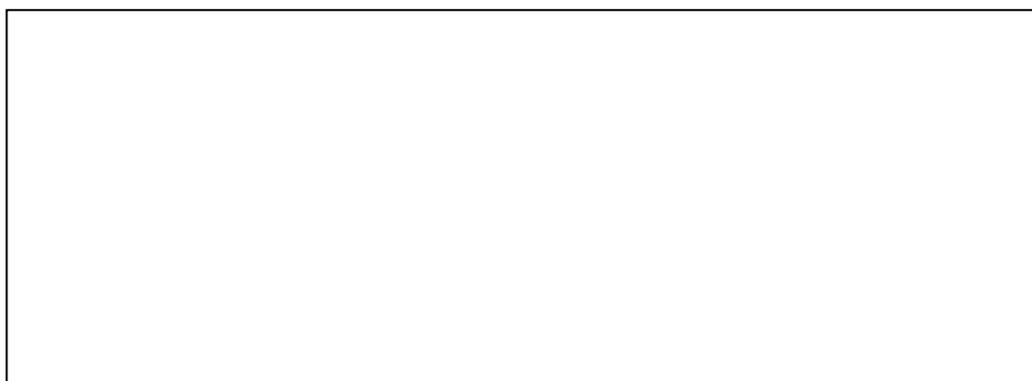
3.а. Координаты как минимум двух точек для как минимум трёх расстояний между зеркалом и экраном в диапазоне 25-40 см для «странного зеркала» 1.

Код участника

3.b. Схема установки



3.c. Характеристика «странного зеркала» 1 благодаря которой луч света превращается в несколько отражённых лучей.



3.d. Координаты как минимум двух точек для как минимум трёх расстояний между зеркалом и экраном в диапазоне 25-40 см для «странного зеркала» 2.

**Код участника**

3.e. Характеристика «странного зеркала» 2 благодаря которой луч света превращается в несколько отражённых лучей.