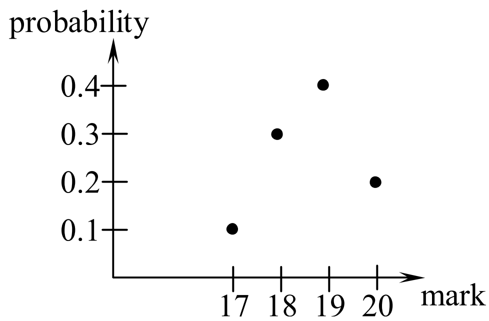
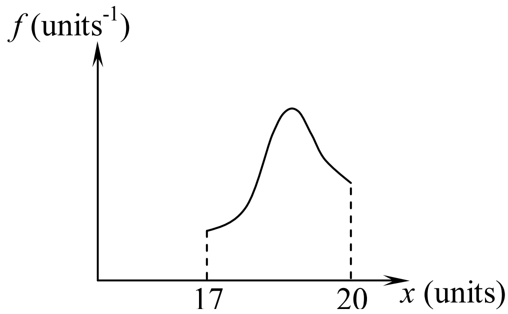
PROBLEMA Nr. 1

Scopul acestei lucrări experimentale este de a face estimări numerice ale funcției de distribuție Maxwell-Boltzmann. Concret, dorim să determinăm fracțiunea de atomi de heliu (μ = 4 g/mol) la temperatura camerei (T = 300 K) care au viteze în domeniul a cel mult ±11% din viteza lor cea mai probabilă.
Pentru aceasta, trebuie să vă folosiți de o monedă.

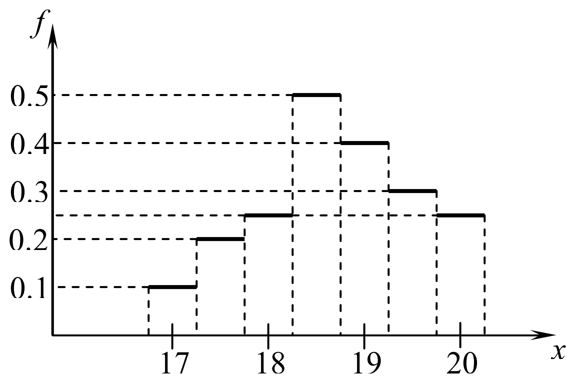
O *funcție de distribuție* este o densitate de probabilitate în spațiul anumitor evenimente așteptate. Dacă rezultatele evenimentelor așteptate ce alcătuiesc spațiul sunt discrete, atunci nu trebuie să folosiți o funcție de distribuție, ci doar probabilitățile asociate acelor evenimente (este absolut echivalent cu a avea diverse valori ale maselor unor puncte materiale în spațiul fizic). De pildă, ne-am bucura ca notele voastre finale la această probă să arate cumva ca în diagrama alăturată.



În schimb, dacă rezultatele evenimentelor așteptate alcătuiesc un spațiu continuu, atunci trebuie să definiți o densitate de probabilitate de obținere a rezultatului în jurul unei valori așteptate. De exemplu, presupunând că notele voastre la acest test ar putea lua valori continue în intervalul [0 , 20], atunci ar fi foarte bine dacă funcția de distribuție ar arăta cumva ca în diagrama alăturată.



Vă rugăm să rețineți că probabilitățile și funcția de distribuție nu depind de numărul de participanți; ele sunt calculate în ipoteza unui număr infinit de concurenți.
În cele ce urmează, vom încerca să reconciliem probabilitățile și funcția de distribuție, recurgând la aproximarea unei funcții în trepte (funcție scară). De exemplu, luând un pas de 0.5, funcția de distribuție pentru exemplul de mai sus va arăta ca în diagrama alăturată.



Vă rugăm să observați două lucruri. Primul este acela că, fiind o aproximare, puteți obține probabilități nenule și în jurul unor valori ale rezultatului care nu sunt așteptate, așa cum ar fi, să zicem, 20,12. Al doilea este că adunând probabilitatea pentru domeniul din jurul unei note oarecari și probabilitățile a jumătate din cele două domenii învecinate notei, obțineți exact rezultatul din prima diagramă.

A. Vom considera mai întâi funcția de distribuție pentru componenta vitezelor atomilor de-a lungul axei Ox, v_x (desigur, argumentarea se face la fel şi pentru v_y şi v_z). Din diverse motive fizice pertinente, vom folosi binecunoscuta *distribuție normală Gauss*, sau *funcție clopot*. Ea este proporțională cu $\exp(-\mu v_x^2/2RT)$.

a. Precizați unitate de măsură în SI a constantei de proporționalitate.

b. Este foarte rezonabil să se presupună că atunci când valoarea funcției scade sub 1% din valoarea maximă, s-a atins practic valoarea maximă posibilă a lui v_x. Estimați valoarea lui $v_{x\ \max}$. (De dragul simplității rezultatului, vă rugăm să luați ln10 = 2,5 şi 8,31 × 3 = 25.)

Acum dorim să introducem un model fizic foarte simplu care să genereze distribuția Gauss. Să considerăm a multitudine de ciocniri între atomii de heliu, rezultatul net al acestora de-a lungul axei Ox fiind mici variații ale componentei corespunzătoare a impulsului atomilor. Desigur, este mai probabil ca două astfel de variații consecutive să fie în sensuri opuse, astfel încât viteza să nu se schimbe prea mult. Totuşi, nu este total imposibil ca un număr oarecare de astfel de variații consecutive să fie în aceeaşi direcție, astfel încât un asemenea mecanism ar da seamă în mod consistent de existența unei distribuții normale.

Un astfel de mecanism poate fi imitat de o serie de aruncări cu moneda. Pentru aceasta, considerați întregii de la -5 la 5, de-a lungul axei Ox. Aşa cum veți vedea imediat, plecarea de la 0 şi ajungerea la 5 reprezintă o aproximare foarte bună pentru plecarea de la 0 şi ajungerea la $v_{x\ \max}$.

Pentru a atinge oricare din cele 11 rezultate posibile, trebuie efectuate serii de 10 aruncări, grupate în 5 perechi consecutive. Dacă o pereche constă din două CAP, atunci creşteți cu +1. Dacă o pereche constă din două PAJURĂ, atunci scădeți cu -1. Şi în fine dacă o pereche constă dintr-un CAP şi o PAJURĂ, atunci rămâneți pe loc. Pentru a obține un minim de acuratețe, trebuie efectuate în jur de 100 de serii de aruncări.

c. Trasați o diagramă care să prezinte probabilitățile obținute pentru cele 11 evenimente.

d. După cum vedeți, dacă rezultatele voastre au acuratețe, probabilitatea de a ajunge de la 0 la 5 este foarte asemănătoare cu cea de a ajunge de la 0 $v_{x\ \max}$. Trasați diagrama funcției de distribuție corespunzătoare, cu 11 trepte.

e. Ce fracțiune η din atomii de heliu au valoarea componentei vitezei pe o anumită direcție egală cu cel mult 5% din valoarea maximă posibilă a acelei componente?

f. Ce fracțiune η din atomii de heliu au valori ale tuturor celor trei componente ale vitezei egale cu cel mult 5% din valoarea maximă posibilă?

B. Vom trece acum la funcția de distribuție Maxwell-Boltzmann, care descrie densitatea de probabilitate pentru modulul vitezelor atomilor. Ea este proporțională cu $v^2 \times \exp(-\mu v^2/2RT)$.

g. Care este cea mai probabilă valoare a vitezei atomilor de heliu? (Vă rugăm să luați rădăcina pătrată a lui 5 ca fiind egală cu 2,25.) Care este intervalul vitezelor pentru atomii cu viteze în domeniul a cel mult ±11% din viteza lor cea mai probabilă?

Aşa cum puteți vedea, lărgimea intervalului găsit este practic egală cu jumătate din pasul funcției în trepte ce aproximează distribuția Gauss din secțiunea A. Cu alte cuvinte, dacă ne imaginăm un spațiu al vitezelor având ca axe v_x, v_y şi v_z, atunci ne dorim să găsim fracțiunea din atomii de heliu care au module ale vitezei într-un strat sferic cu raza medie egală cu viteza lor cea mai probabilă, şi cu grosimea egală cu jumătate din pasul funcției scară ce aproximează curba clopot.

În consecință, pentru fiecare din cele trei componente ale vitezei atomilor vom folosi funcția în trepte determinată în secțiunea A, pornind de la jumătatea de pas din jurul valorii 0 şi sărind la dreapta şi la stânga cu câte jumătate de pas. Pentru început, ne vom rezuma doar la primul octant al stratului sferic, corespunzând valorilor pozitive ale componentelor vitezei. Ne interesează să găsim combinațiile posibile de valori pentru v_x, v_y şi v_z pentru care mărimea $\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ se găseşte în interiorul stratului. Vom numi o astfel de combinație *triplet*.

h. Care este probabilitatea P pentru tripletul (0,0,0)?

Pentru a găsi tripleții doriți, ar trebui să trasați un tabel bidimensional. Rândurile din tabel vor corespunde valorilor lui v_x, pornind de la 0 şi sărind din jumătate în jumătate de pas al funcției scară din secțiunea A. Coloanele tabelului vor corespunde aceloraşi valori, dar pentru v_y. La intersecția fiecărui rând şi coloană ar trebui să scrieți toate valorile lui v_z care satisfac condiția menționată mai sus.

i. Alcătuiți o listă cu *toți tripleții diferiți* pe care i-ați găsit. Prin "diferiți" se înțelege că, atunci când se calculează probabilitatea unui triplet, nu contează ordinea componentelor v_x, v_y şi v_z ale vitezei, deci nu trebuie să luați în considerare permutările acestor valori (şi *nici chiar semnul* acestor valori).

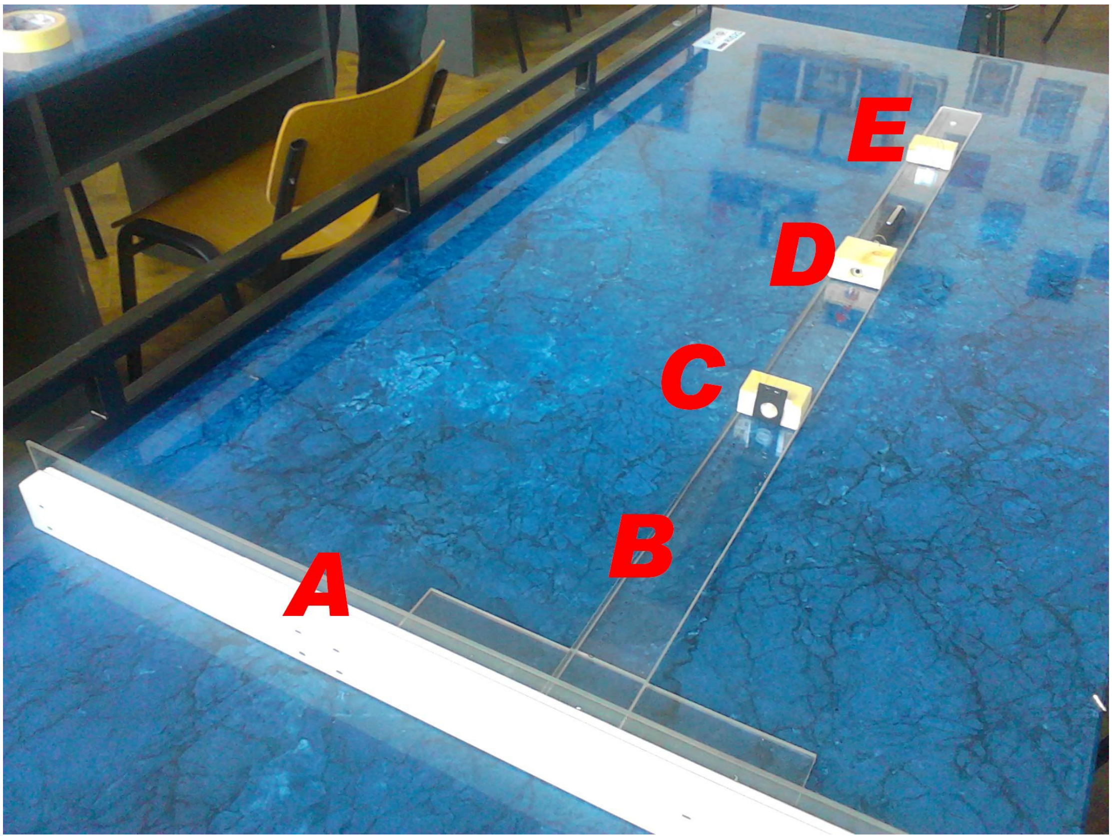
Acum, tot ce vă rămâne de făcut este să găsiți de câte ori apare un anumit triplet, nu numai în primul cadran al stratului sferic, ci peste tot în spațiul componentelor vitezei. Atunci când calculați numărul de apariții ale unui triplet, vă rugăm să fiți atenți că anumiți tripleți se găsesc exact pe una din axele v_x, v_y sau v_z, iar alții se situează în planele determinate de câte două din aceste axe. Deci la lista pe care ați făcut-o va trebui să adăugați încă două coloane, în care să treceți numărul total de apariții şi probabilitatea pentru fiecare triplet. (Atunci când calculați probabilitatea unui triplet, rezumați-vă la primele cinci cifre zecimale.)

j. Ce fracțiune η din atomii de heliu (μ = 4 g/mol) la temperatura camerei (T = 300 K) au viteze într-un domeniu în jurul a cel mult ±11% din viteza lor cea mai probabilă?

PROBLEMA Nr. 2

Scopurile acestei lucrări sunt:
- determinarea constantei unei rețele de difracție
- determinarea lungimii de undă a unui laser pointer cu lumină verde
- determinarea caracteristicii specifice a unor "oglinzi bizare", făcute dintr-o folie de plastic acoperită cu un strat reflectător, ce produc multiple fascicule reflectate pentru un fascicul incident.

Dispozitiv experimental



Pe bancă veți găsi:
- o riglă-ecran (A) pentru observarea spoturilor luminoase
- un teu (B) servind drept banc optic
- două pointere laser cu lumină roşie şi respectiv verde (lungimea de undă a luminii roşii este 650 nm)
- o piesă de lemn (C) ce susține rețeaua de difracție
- o piesă de lemn (D) în care se introduce pointerul
- o piesă de lemn (E) ce susține cele două "oglinzi stranii", notate cu 1 şi 2

ATENȚIE
Nu priviți direct în fasciculul laser şi nu îndreptați fasciculul înspre nimeni! Nu atingeți capătul emițător al pointerului, rețeaua de difracție şi "oglinzile bizare", pentru a nu le altera funcționarea.

Aveți de observat pozițiile unor spoturi pe rigla-ecran şi de notat valorile observate cu o precizie de 1mm. Atunci când introduceți pointerul în suport, butonul de pornire se apasă automat şi pointerul luminează continuu.

Sarcina de lucru nr. 1
Aşezați rețeaua de difracție la d_1 = 30 cm şi folosiți lumină roşie.
1.a. Observați cel puțin cinci spoturi pe rigla-ecran şi notați pozițiile lor.
1.b. Determinați constanta rețelei de difracție şi precizați valoarea erorii de măsurare.
1.c. Măriți distanța la d_2 = 90 cm şi observați cel puțin trei spoturi pe rigla-ecran, notând pozițiile lor.
1.d. Determinați constanta rețelei de difracție cu aceste valori şi precizați valoarea erorii de măsurare.

Sarcina de lucru nr. 2
Plasați rețeaua de difracție la distanța d_1 = 30 cm şi folosiți laserul verde.
2.a. Observați cel puțin cinci spoturi pe rigla-ecran şi notați pozițiile lor.
2.b. Determinați lungimea de undă a radiației verzi şi precizați valoarea erorii de măsurare.
2.c. Măriți distanța la d_2 = 90 cm şi observați cel puțin trei spoturi pe rigla-ecran, notând pozițiile lor.
2.d. Determinați cu aceste valori lungimea de undă a radiației verzi şi precizați valoarea erorii de măsurare.

Sarcina de lucru nr. 3
Aşezați pointerul cu lumină verde astfel încât lumina să ajungă pe ecran după ce se reflectă pe "oglinda stranie" 1.
3.a. Potriviți sistemul astfel încât să puteți observa cel puțin două spoturi şi notați pozițiile lor. Efectuați măsurători pentru cel puțin trei distanțe oglindă-ecran în domeniul 25-40 cm.
3.b. Desenați schema montajului experimental folosit de voi.
3.c. Utilizând datele găsite determinați caracteristica specifică a "oglinzii stranii" 1 care îi permite acesteia să reflecte multiplu un fascicul incident.
Aşezați pointerul cu lumină verde astfel încât lumina să ajungă pe ecran după ce se reflectă pe "oglinda stranie" 2.
3.d. Aranjați sistemul astfel încât să puteți observa cel puțin două spoturi. Efectuați o măsurătoare la fel ca la punctul 3.a, pentru o distanță în domeniul 25-40 cm.
3.e. Utilizând datele găsite, determinați caracteristica specifică a "oglinzii stranii" 2 care îi permite acesteia să reflecte multiplu un fascicul incident.

Autori:
Dr. Delia Davidescu – Centrul Național de Evaluare şi Examinare, Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Prof. Dr. Adrian Dafinei – Facultatea de Fizică, Universitatea Bucureşti

Contestant code

FOAIE DE RĂSPUNS PENTRU PROBLEMA Nr. 1

a.

$[f]_{SI} =$

b.

$v_{x\ max} =$

c. Desenați aici diagrama pentru probabilitățile evenimentelor de la Plot -5 la +5 (nu este obligatoriu să faceți un desen la scară).

Contestant code

d. Desenați aici o funcție scară cu 11 trepte care aproximează distribuția normală Gauss (nu este obligatoriu să faceți un desen la scară).

e.

$\eta =$

f.

$\eta =$

g.

$v_p =$

h.

$P(0,0,0) =$

Contestant code

i. Faceți o listă cu toate combinațiile posibile de v_x, v_y şi v_z (fără permutări şi semne minus) care conduc la un rezultat al valorii vitezei în domeniul nostru de interes. Adăugați apoi numărul de apariții şi probabilitatea pentru fiecare triplet.

j.

η =

Contestant code

FOAIE DE RĂSPUNS PENTRU PROBLEMA Nr. 2

Sarcina de lucru nr. 1

1.a. Pozițiile a cel puțin cinci spoturi, pentru d_1 = 30 cm.

1.b. Valoarea constantei rețelei de difracție şi a erorii de măsurare.

Contestant code

1.c. Pozițiile a cel puțin trei spoturi, pentru d_2 = 90 cm.

1.d. Valoarea constantei rețelei de difracție şi a erorii de măsurare.

Contestant code

Sarcina de lucru nr.2

2.a. Pozițiile a cel puțin cinci spoturi, pentru d_1 = 30 cm.

2.b. Valoarea lungimii de undă a radiației verzi şi a erorii de măsurare.

Contestant code

2.c. Pozițiile a cel puțin trei spoturi, pentru d_2 = 90 cm.

2.d. Valoarea lungimii de undă a radiației verzi şi a erorii de măsurare.

Contestant code

Sarcina de lucru nr. 3

3.a. Pozițiile a cel puțin două spoturi, pentru cel puțin trei distanțe oglindă-ecran în domeniul 25-40 cm, pentru "oglinda stranie" 1.

3.b. Schema dispozitivului experimental

Contestant code

3.c. Caracteristica specifică a "oglinzii stranii" 1, care îi permite să reflecte multiplu un fascicul incident.

3.d. Pozițiile a cel puțin două spoturi pentru o distanță oglindă-ecran în domeniul 25-40 cm, pentru "oglinda stranie" 2.

Contestant code

3.e. Caracteristica specifică a "oglinzii stranii" 2, care îi permite să reflecte multiplu un fascicul incident.