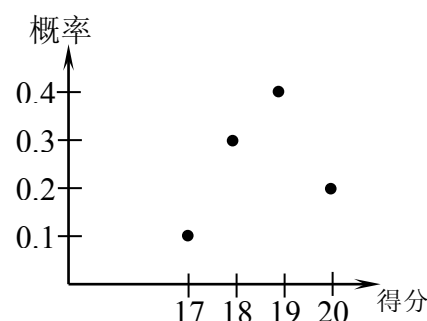


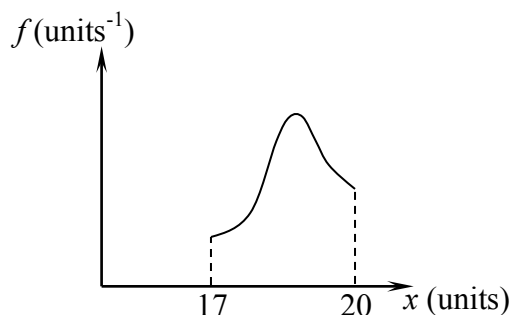
实验题 No. 1

本实验的目的是对麦克斯韦-玻尔兹曼分布做数值估算。特别地，我们希望确定在室温下( $T = 300\text{ K}$ )速率取值在最可几速率（即出现概率最大的速率）附近  $\pm 11\%$  范围内的氦原子( $\mu = 4\text{ g/mol}$ )的百分比。为此目的，你需要一枚硬币。

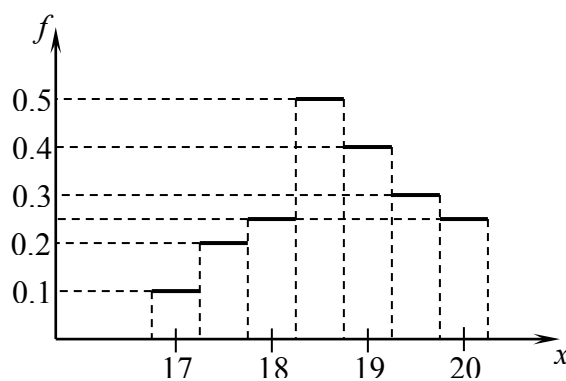
分布函数是特定所期待的事件构成的空间中的概率密度。如果所期待的事件构成的空间是离散的，那么我们不必使用分布函数而只要知道每个事件出现的概率即可。比如，我们会非常高兴如果实验竞赛的得分呈现右图所示的情形。如果所期待的事件构成连续空间，那么我们需要实际得到的值在某特定值附近的概率密度。假定实验竞赛的得分在  $[0,20]$  区间取连续值，如果实验竞赛的得分呈现右图所示的分布我们会感到非常幸运。



需要注意的是概率和分布函数与参赛人数无关，它们是在参赛人数趋于无穷的假想极限下算得的。



接下来我们尝试采用台阶型函数近似，把概率和分布函数协调一致起来。比如，取步长等于  $0.5$  分，前面的分布函数变为右图所示的台阶函数。有两个需要注意的地方：第一，作为近似，这样的分布函数会对不可能出现的分数（比如  $20.12$ ）给出不等于  $0$  的概率；第二，如果把整数分数上下  $0.5$  分范围内的概率加起来，我们会得到和第一个图完全一致的结果。



**A.** 我们首先考虑氦原子速度的  $x$  分量  $v_x$  的分布（当然同样的分析也适用于  $v_y$  和  $v_z$ ）。出于充分的物理上的理由，我们使用有名的高斯正态分布。该分布函数正比于  $\exp(-\mu v_x^2/2RT)$ 。

- a.** 说明比例常数在国际单位制（SI）中的单位。
- b.** 我们可以合理地假设，当分布函数取值下降到其最大值的  $1\%$  时，所对应的速率即为速度分量  $v_x$  可能取的最大值。求这个最大值  $v_{x\text{ max}}$ 。（为简便起见， $\ln 10 = 2.5$ ,  $8.31 \times 3 = 25$ ）

现在我们引入一个生成高斯分布的简单模型。考虑氦原子间的多重碰撞，碰撞导致原子动量的  $x$  分量发生微小的变化。显然两次连续的碰撞最可能为相反方

向的碰撞，这样原子的动量不会发生大的变化。然而，原子的动量连续同一方向改变也不是完全不可能的，这个机制与正态分布是相恰的。

我们可以用掷硬币的方法来模拟这一机制。考虑  $x$  轴上 -5 到 5 之间的整数。你会发现，从 0 出发得到 5 的过程是  $v_x$  从 0 增加到  $v_{x \max}$  的过程非常好的近似。

要在 11 个可能值确定一个值，我们需要掷 10 次硬币。把 10 次投掷分成 5 对连续投掷。如果两次都是正面，则把取值加 1；如果两次都是背面，则把取值减 1；如果是一正一背，则取值不变。为满足最低精度要求，需要进行至少 100 组投掷。到

c. 画出你得到的 11 个取值对应的概率的图。

d. 你可以看到，如果你的结果是精确的，从 0 出发得到 5 的过程与  $v_x$  从 0 增加到  $v_{x \max}$  的过程非常相似。画出 11 级台阶的台阶型分布函数。

e. 速度沿某一方向的分量不超过最大可能值的 5% 氦原子的百分比  $\eta$  是多少？

f. 速度三个分量均不超过最大可能值的 5% 氦原子的百分比  $\eta$  是多少？

**B.** 我们现在考虑原子速率的麦克斯韦-玻尔兹曼分布。该分布正比于  $v^2 \times \exp(-\mu v^2/2RT)$ 。

g. 氦原子的最可几速率是多少？（取 5 的平方根为 2.25）最可几速率附近  $\pm 11\%$  范围对应的速率区间是多少？

你可以看到，这个速率区间实际上等于 A 问中用来近似表达高斯分布的台阶型分布的步长的一半。也就是说，如果我们想像一个以  $v_x$ ,  $v_y$  和  $v_z$  为坐标轴的速度空间，那么我们要求的就是以最可几速率为半径，以台阶型分布步长的一半为厚度的球壳内氦原子的百分比。

因此，对原子速度的每一个分量，我们都采用 A 问中得到的台阶函数，从 0 值附近的半个步长开始，每次向左或向右移动半个步长。我们先只考虑球壳的第一象限，其对应的速度分量皆取正值。我们感兴趣的是找到这样的  $v_x$ ,  $v_y$  和  $v_z$  的组合，使得  $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  落在球壳之内。我们称  $v_x$ ,  $v_y$  和  $v_z$  的组合为三重数。

h. 三重数 (0,0,0) 对应的概率  $P$  是多少？

为找到你需要的三重数，你应该做一个二维的表格。表格的行对应  $v_x$ ，在第一行中填入  $v_x$  的值，从 0 开始每格差半个步长。在表格的第一列中填入同样的值，但这是  $v_y$  的值。在表格中其它位置填入满足前面要求的  $v_z$  的值。

i. 把你找到的所有“不同的”三重数列如一个表中。同样三个数字组成，只是排列顺序不同的三重数不是“不同的”。这是因为概率只与组成三重数的三个数字的绝对值有关，而与其排列顺序和正负无关。

现在剩下要做的事是找出每一个三重数在整个速度空间出现的次数。计数时特别要注意有些三重数可能正好落在坐标轴上，另一些可能落在坐标平面上。你应该在二维表格上再加两列，填入三重数出现的总次数和概率。（计算每个三重数对应的概率时保留 5 位有效数字。）

j. 在室温下 ( $T = 300 \text{ K}$ ) 速率取值在最可几速率附近  $\pm 11\%$  范围内的氦原子 ( $\mu = 4 \text{ g/mol}$ ) 的百分比  $\eta$  是多少？

## 实验题 No. 2

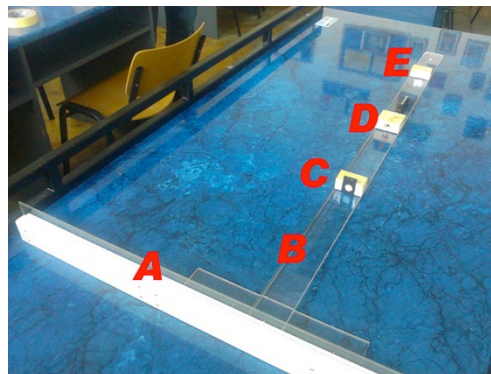
本实验的目的是：

- 1: 测定一个衍射光栅的光栅常数；
- 2: 测定一个激光笔发出的绿光的波长；
- 3: 测定由镀有反射膜的塑料片构成，并能从一束入射光反射出多束光的“奇异镜子”的特征量。

## 实验装置的描述

试验台上的装置包括：

1. 一个有标尺的接收屏（右图中的 A），用于观察光斑。
2. 一个 T 型尺（右图中的 B），作为光导轨使用。
3. 两只激光笔，其中一只发红光，一只发绿光。红光的波长为  $\lambda = 650\text{nm}$ 。
4. 一个木质平行六面体，（右图中的 C），用于固定衍射光栅。
5. 一个开有圆形孔的木质平行六面体，（右图中的 D），用于固定激光笔。
6. 一个木质平行六面体，（右图中的 E），上面固定有 1 号和 2 号两个“奇异镜子”。



## 注意！

- 激光有危险。不要用眼直接看激光。不要把激光对准任何人。
- 不要触摸激光笔的发射端、光栅和“奇异镜子”。
- 确定接收屏与光导轨垂直。
- 观察光点在接收屏上的位置并记录，读数精确到毫米。
- 适当放置激光笔，使其开关被木块卡住而连续发光。
- 把答案填在答题表格中。

## 任务 no. 1

把衍射光栅放在距离  $d_1 = 30\text{cm}$  上。用红光照射光栅。

- 1.a. 观察至少 5 个光斑并记录其位置。
- 1.b. 计算衍射光栅的光栅常数并给出测量误差的大小。
- 1.c. 把光栅到接收屏的距离增加到  $d_2 = 90\text{cm}$ ，观察至少 3 个光斑并记录其位置。
- 1.d. 用 1.c 的结果计算衍射光栅的光栅常数并给出测量误差的大小。

## 任务 no. 2

把衍射光栅放在距离  $d_1 = 30\text{cm}$  上。用绿光照射光栅。

- 2.a. 观察至少 5 个光斑并记录其位置。
- 2.b. 计算绿光波长并给出测量误差的大小。

2.c. 把光栅到接收屏的距离增加到  $d_2 = 90\text{cm}$ ，观察至少 3 个光斑并记录其位置。

2.d. 用 2.c 的结果计算绿光波长并给出测量误差的大小。

### 任务 no. 3

适当放置绿激光笔，使光束经 1 号“奇异镜子”反射后到达接收屏。

3.a. 调整激光笔和镜子的位置，使得至少能观察到 2 个光斑。记录光斑的位置。至少在三个不同的镜子到接收屏的距离 ( $25\text{cm} - 40\text{cm}$ ) 下重复测量。

3.b. 画出所使用装置的安装草图。

3.c. 利用测量结果确定 1 号“奇异镜子”与多光束反射相关的特征量。

适当放置绿激光笔，使光束经 2 号“奇异镜子”反射后到达接收屏。

3.d. 调整激光笔和镜子的位置，使得至少能观察到 2 个光斑。记录光斑的位置。至少在三个不同的镜子到接收屏的距离 ( $25\text{cm} - 40\text{cm}$ ) 下重复测量。

3.e. 利用测量结果确定 2 号“奇异镜子”与多光束反射相关的特征量。

参赛者编号

第一题答题表格

**a.**

$$[f]_{\text{SI}} =$$

**b.**

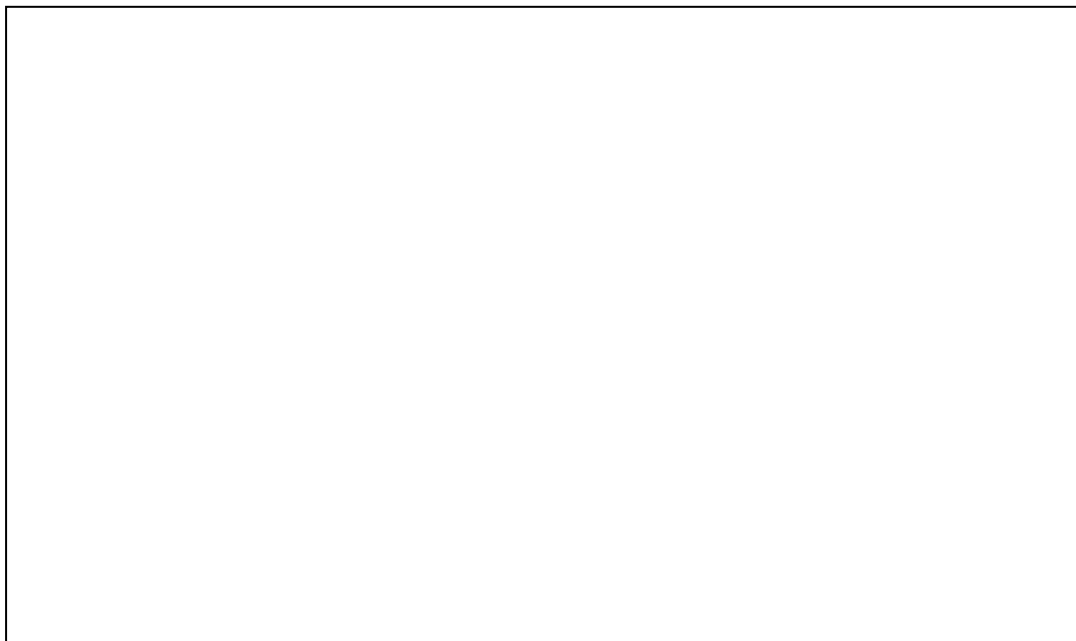
$$v_{x \text{ max}} =$$

**c.** 在此画出取值从-5 到+5 对应的概率的图（不需严格按比例绘图）



参赛者编号

d. 在此画出近似表达高斯正态分布的 11 级台阶的台阶型分布函数（不需严格按比例绘图）



e.

$$\eta =$$

f.

$$\eta =$$

g.

$$v_p =$$

h.

$$P(0,0,0) =$$

参赛者编号

i. 列出所有可能的速度分量  $v_x$ ,  $v_y$  和  $v_z$  组合(不包括同样的绝对值但不同排列和不同正负号给出的组合), 要求对应的速度落在我们感兴趣的区间。再添加上每个组合出现的次数和对应的概率。

j.

$\eta =$

参赛者编号

第二题答题表格

任务 *no. 1*

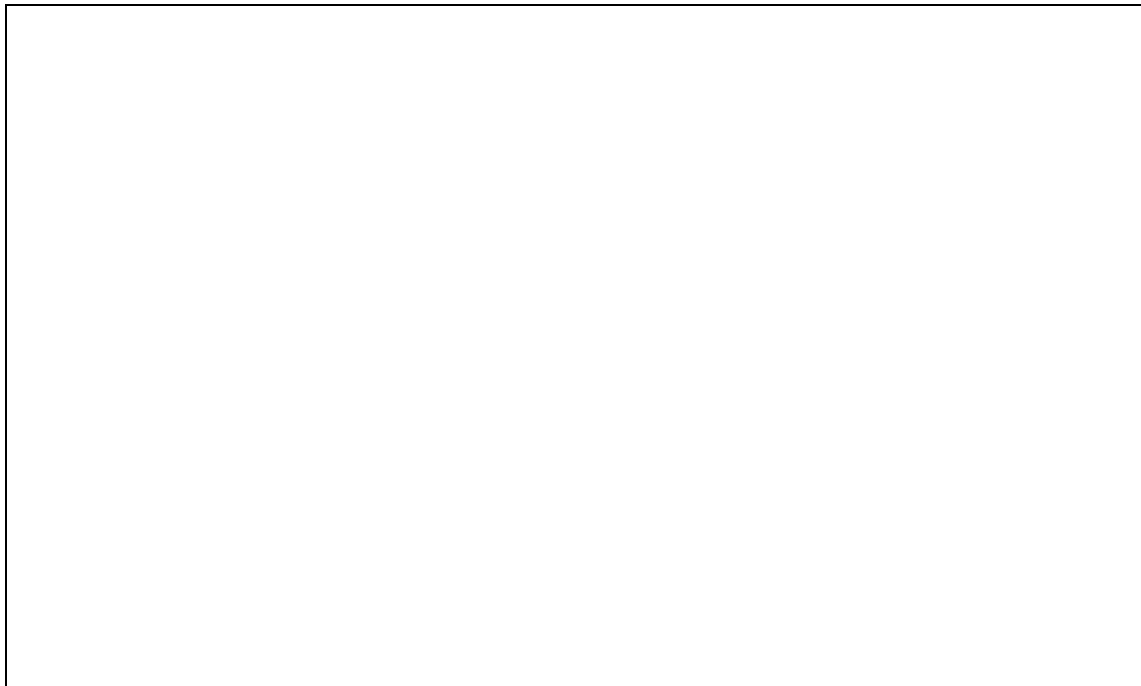
1.a. 至少 5 个光斑的位置,  $d_1 = 30\text{ cm}$

1.b. 衍射光栅的光栅常数和测量误差

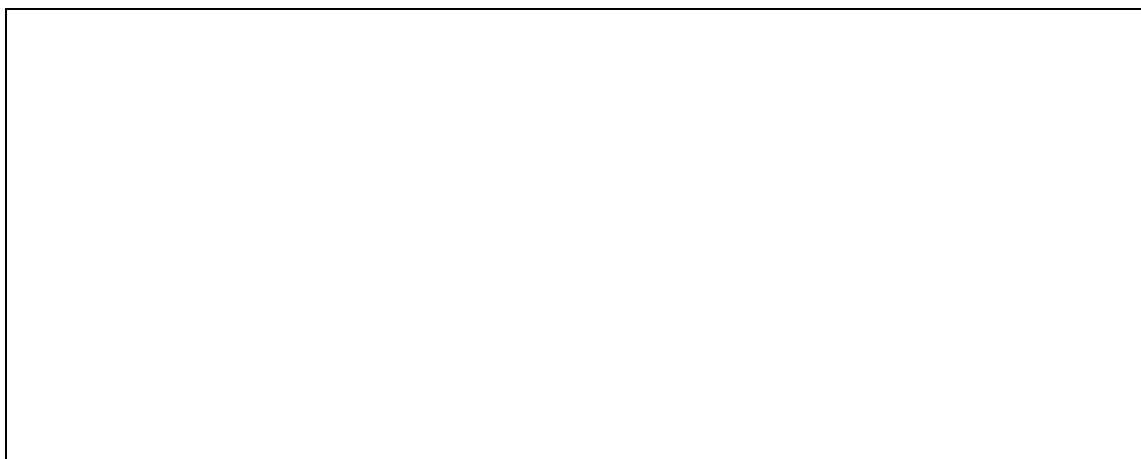


参赛者编号

1.c. 至少 3 个光斑的位置,  $d_2 = 90\text{ cm}$



1.d. 衍射光栅的光栅常数和测量误差



参赛者编号

任务 no. 2

2.a. 至少 5 个光斑的位置,  $d_1 = 30\text{ cm}$

2.b. 绿光波长和测量误差

参赛者编号

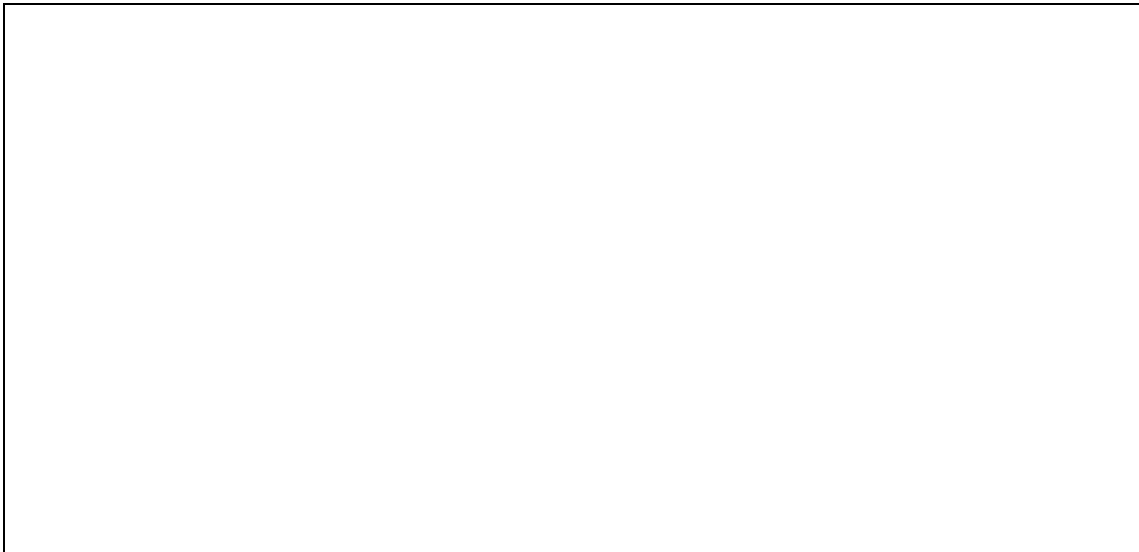
2.c. 至少 3 个光斑的位置,  $d_2 = 90\text{ cm}$

2.d. 绿光波长和测量误差

参赛者编号

任务 *no. 3*

**3.a.** 1号“奇异镜子”，至少在三个不同的镜子到接收屏的距离 ( $25\text{cm} - 40\text{cm}$ ) 下，至少2个光斑的位置



**3.b.** 画出所使用装置的安装草图



参赛者编号

3.c. 测定 1 号“奇异镜子”与多光束反射相关的特征量

3.d. 2 号“奇异镜子”，至少在三个不同的镜子到接收屏的距离 ( $25\text{cm} - 40\text{cm}$ ) 下，至少 2 个光斑的位置

参赛者编号

3.e. 测定 2 号“奇异镜子”与多光束反射相关的特征量